Gabių vaikų ugdymo mokymo priemonių dokumentas parengtas, įgyvendinant ES lėšomis finansuojamą projektą „Gabių vaikų ugdymo efekytyvumo didinimas švietimo sistemoje“ (nr. VP1-2.3-ŠMM-06-K-01-001)

Vektorių mišrioji sandauga

Apibrėžimas. Vektorių $\vec{a}, \vec{b}$ ir $\vec{c}$ mišriąja sandauga $(\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}) = \vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}$ vadinamas skaičius **$(\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}) = (\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}$**.

Mišriosios sandaugos **skaičiavimas** (žinantiems determinantų skaičiavimą **8***)

Iš mišriosios sandaugos apibrėžimo išplaukia, kad, Dekarto koordinačių sistemoje,

$$(\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}) = (\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c} = \left\{ \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix}; -\begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix} \right\}\cdot\{c_x; c_y; c_z\} = \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix}\cdot c_x - \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix}\cdot c_y + \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix}\cdot c_z = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}.$$

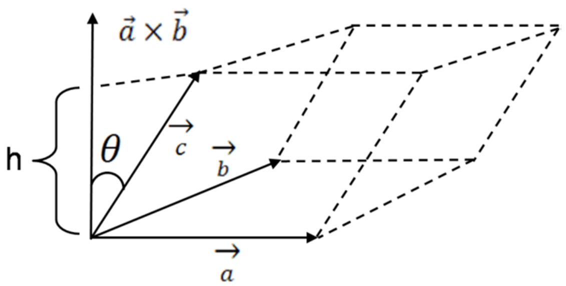
Mišriosios sandaugos savybės:

1. **$(\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}) = (\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c} = \vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})$.**

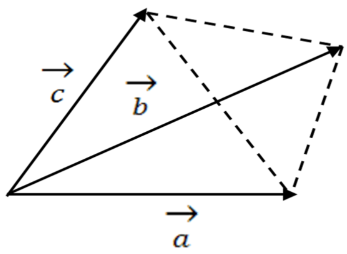
2. Mišrioji sandauga nesikeičia cikliškai keičiant jos dauginamuosius, t.y.

$(\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}) = (\vec{b}\,\vec{c}\,\vec{a}) = (\vec{c}\,\vec{a}\,\vec{b}) = (\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c})$.

3. Geometrinė mišriosios sandaugos prasmė:



13 pav.



14 pav.

3.1 Vektorių $\vec{a}, \vec{b}$ ir $\vec{c}$ mišriosios sandaugos $(\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c})$ modulis lygus gretasienio kurio briaunos sutampa su šiais vektoriais (13 pav.) tūriui t.y.

$$\boldsymbol{V}_{gret(\vec{a}\vec{b}\vec{c})} = |(\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c})|.$$

Tai išplaukia iš akivaizdžiu lygybių ir geometrinės vektorinės sandaugos prasmės

$(\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}) = (\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c} = |\vec{a}\times\vec{b}|\cdot|\vec{c}|\cdot\cos\theta = |\vec{a}\times\vec{b}|\cdot pr_{\vec{a}\times\vec{b}}\vec{c} = S_{lyg\,\vec{a},\vec{b}}\cdot(\pm h) =$

$\pm V_{gret(\vec{a}\vec{b}\vec{c})}$, čia θ –kampas, kurį sudaro vektorius $\vec{c}$ su vektoriumi $\vec{a}\times\vec{b}$.

Išvados:

3.2 Trikampės piramidės, kurios trys briaunos sutampa su vektoriais $\vec{a}, \vec{b}\ ir\ \vec{c}$ (14 pav.)tūris

$$\boldsymbol{V_{pir\,(\vec{a},\vec{b}\vec{c})} = \frac{1}{6}|(\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c})|}\,.$$

3.3 $(\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}) > 0$, kai vektoriai $\vec{a}, \vec{b}\ ir\ \vec{c}$ sudaro dešininį trejetą ir $(\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}) < 0$, kai vektoriai $\vec{a}, \vec{b}\ ir\ \vec{c}$ sudaro kairinį trejetą .

3.4 **Vektorių komplanarumo požymis**

Trys nenuliniai vektoriai yra komplanarūs tada ir tik tada, kai $(\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}) = 0$.