

UŽDUOTYS

1. Iš trikampio aukštinės pagrindo išvedami statmenys dviem kitoms kraštinėms. Įrodykite, kad atstumas tarp šių statmenų pagrindų nepriklauso nuo trikampio aukštinės pasirinkimo.
2. Trikampiai ABC ir DEF įbrėžti į tą patį apskritimą. Įrodykite, kad, jeigu
$$\sin A + \sin B + \sin C = \sin D + \sin E + \sin F,$$
Tai šių trikampių perimetrai yra lygūs.
3. Įrodykite, kad bet kuriam trikampiui ABC teisinga tapatybė:
$$a(\sin B - \sin C) + b(\sin C - \sin A) + c(\sin A - \sin B) = 0,$$
čia a, b, c – kraštinių, esančių atitinkamai prieš kampus $\angle A, \angle B$ ir $\angle C$, ilgiai.
4. Jeigu įbrėžto keturkampio įstrižainės yra statmenos viena kitai, tai jo priešingų kraštinių ilgių kvadratų suma lygi apibrėžto apskritimo skersmens ilgio kvadratui. Įrodykite.
5. Įrodykite, kad bet kurio trikampio ABC plotas gali būti skaičiuojamas pagal formulę
$$S = \frac{1}{2} \cdot c^2 \cdot \frac{\sin A \cdot \sin B}{\sin C},$$
čia c – kraštinės, esančios prieš kampą $\angle C$, ilgis.
6. Įrodykite, kad bet kurio trikampio ABC plotas gali būti skaičiuojamas pagal formulę
$$S = 2 \cdot R^2 \cdot \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C,$$
čia R – apibrėžto apie trikampį ABC apskritimo spindulio ilgis.
7. Įrodykite, kad bet kurio trikampio ABC plotas gali būti skaičiuojamas pagal formulę
$$S = \frac{1}{4} \cdot (a^2 \cdot \sin 2B + b^2 \cdot \sin 2A),$$
čia a, b – kraštinių, esančių atitinkamai prieš kampus $\angle A$ ir $\angle B$, ilgiai.
8. Įrodykite, kad bet kurio trikampio ABC plotas gali būti skaičiuojamas pagal formulę
$$S = R \cdot r \cdot (\sin A + \sin B + \sin C),$$
čia R, r – atitinkamai apibrėžto apie trikampį ir įbrėžto į jį apskritimų spindulių ilgiai.
9. Duotas trikampis ABC , kuriame $\angle A = \alpha, \angle B = \beta, AC = a, AD$ – pusiaukampinė. Raskite CD ilgį.
10. Duotas trikampis ABC , kuriame $AC = b$ ir $\angle ABC = \alpha$. Raskite apskritimo, einančio per taškus A, C bei į trikampį ABC įbrėžto apskritimo centrą, spindulio ilgį.
11. Apskaičiuokite apie trikampį, kurio kraštinių ilgiai yra a, b ir b , apskritimo spindulio ilgį.
12. Apskaičiuokite stačiojo trikampio, kuriame vieno kampo didumas 30° , įžambinės ilgį, jeigu yra žinoma, kad stataus kampo pusiaukampinės ilgis lygus a .
13. Duota lygiašonė trapecija, kurioje šoninės kraštinės ilgis yra a , vidurinės linijos ilgis yra b , o kampo prie ilgesniojo pagrindo didumas 30° . Apskaičiuokite apie šią trapeciją apibrėžto apskritimo spindulio ilgį.

Gabių vaikų ugdymo mokymo priemonių dokumentas parengtas, įgyvendinant ES lėšomis finansuojamą projektą „Gabių vaikų ugdymo efektyvumo didinimas švietimo sistemoje“ (nr. VP1-2.3-ŠMM-06-K-01-001)



14. Lygiašonės trapecijos pagrindų ilgiai yra 9 ir 21, aukštinės ilgis yra 8. Apskaičiuokite apie šią trapeciją apibrėžto apskritimo spindulio ilgį.
15. Tiesė, kertanti lygiašonio trikampio pagrindą ir einanti per priešingą trikampio viršūnę, daliją jį į du trikampius. Įrodykite, kad apie šiuos trikampius apibrėžtų apskritimų spinduliai yra lygūs.
16. Trikampio kampų didumai yra α, β, γ , o šio trikampio perimetras lygus P . Išreikškite šiais dydžiais trikampio kraštinių ilgius.
17. Duotas trikampis ABC , kuriame $\angle C = 120^\circ$ ir $AB = c$. Kraštinės BC išorėje nubrėžtas lygiakraštis trikampis BCD . Raskite atstumą nuo taško C iki trikampio BCD centro.
18. Duotas trikampis ABC (žr. brėž.). Jeigu $\frac{a}{\cos\alpha} = \frac{b}{\cos\beta}$, tai šis trikampis lygiašonis. Įrodykite.
19. Į apskritimą įbrėžtos dvi trapecijos su atitinkamai lygiagrečiomis kraštinėmis. Įrodykite, kad vienos trapecijos įstrižainės ilgis yra lygus kitos trapecijos įstrižainės ilgiui.
20. Raskite tokį apibrėžto apie trikampį ABC apskritimo tašką M , kad atstumas tarp jo projekciją į kraštines AC ir BC būtų didžiausias.
21. Per trikampio ABC viršūnes A ir B nubrėžtas spindulio r apskritimas, kuris kerta kraštinę BC taške D . Raskite apskritimo, einančio per taškus A, D ir C , spindulio ilgį, jeigu yra žinoma, kad $AB = c$, o $AC = b$. Du apskritimai, kurių spindulių ilgiai yra R ir r kertasi taškuose A ir B , bei liečia tiesę taškuose C ir D . N – tiesų CD ir AB sankirtos taškas (B yra tarp A ir N). Raskite apie trikampį ACD apibrėžto apskritimo spindulio ilgį bei trikampių NAC ir NAD aukštinių, nuleistų iš viršūnės N , ilgių santykį.
22. Trikampio ABC viduje nubrėžti trys lygūs apskritimai taip, kad kiekvienas apskritimas liestų dvi trikampio kraštines. Visi trys apskritimai turi vieną bendrą tašką. Raskite šių apskritimų spindulio ilgį, jeigu žinoma, kad apibrėžto apie trikampį apskritimo ilgis yra R , o įbrėžto į trikampį apskritimo spindulio ilgis yra r .
23. M – apibrėžto apie trikampį ABC apskritimo taškas. Tiesė AM kerta tiesę BC taške L , o tiesė CM – tiesę AB taške K . Yra žinoma, kad $AL=a, BK=b, CK=c$. Išreikškite BL ilgį žinomais dydžiais.

