

SINUSŲ IR KOSINUSŲ TEOREMŲ TAIKYMAI

SINUSŲ TEOREMA

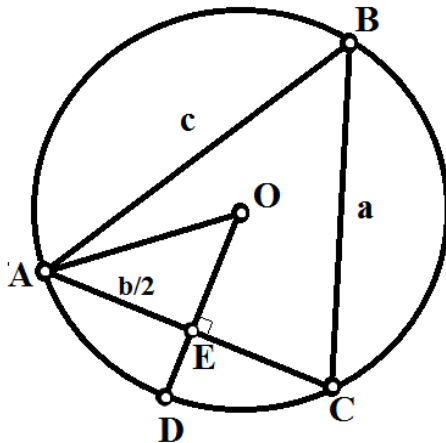
Sinusų teoremą suformuluoti ir įrodyti galima keliais būdais. Tradiciškai ji įrodoma, remiantis trikampio ploto formulėmis, tačiau galima teoremos faktą pilnai įrodyti ir be ploto formulės. Šį įrodymą ir išnagrinėsime.

TEOREMA

Tarkime, kad a , b ir c – trikampio kraštinių ilgiai; α , β , γ – prieš tas kraštines esančių kampų didumai; R – apie trikampį apibrėžto apskritimo spindulio ilgis. Tuomet

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R.$$

TEOREMOS ĮRODYMAS



Nubrėškime apibrėžto apie trikampį ABC apskritimo spindulį OD statmeną kraštinei AC. Kampai $\angle B = \beta$ ir $\angle AOD$ yra lygūs, nes matuojami lanko AC puse.

Nagrinėkime statųjį trikampį AOC. Iš jo gauname:

$$\sin\angle AOC = \frac{AE}{R} \Rightarrow \sin\angle AOC = \frac{b}{2R} \Rightarrow \sin\beta = \frac{b}{2R}$$

ir galiausiai, $\frac{b}{\sin\beta} = 2R$.

Analogiškai samprotaudami, gauname lygybes

$$\frac{a}{\sin\alpha} = 2R \text{ ir } \frac{c}{\sin\gamma} = 2R.$$

Apibendrinami, gauname teoremos teiginį $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} =$

$\frac{c}{\sin\gamma} = 2R$, kurią ir reikėjo įrodyti.

Nesunku pastebėti, kad gausime tą patį rezultatą, nagrinėdami bukąjį arba statųjį trikampį.

Gabių vaikų ugdymo mokymo priemonių dokumentas parengtas, įgyvendinant ES lėšomis finansuojamą projektą „Gabių vaikų ugdymo efektyvumo didinimas švietimo sistemoje“ (nr. VP1-2.3-ŠMM-06-K-01-001)



Taikymams teoremą pravartu atsiminti ir tokioje formuluotėje: ***kiekvienos trikampio kraštinės ilgis lygus apie tą trikampį apibrėžto apskritimo skersmens ilgio ir prieš tą kraštinę esančio kampo sinuso sandaugai.***

Be to, įrodinėjant įvairias tapatybes arba pertvarkymuose, sinusų teorema gali būti taikoma tokiomis lygybėmis, kurios tiesiogiai išplaukia iš teoremos formuluotės:

$$a \cdot \sin B = b \cdot \sin A, b \cdot \sin C = c \cdot \sin B, c \cdot \sin A = a \cdot \sin C.$$