

Matricos ir determinantai

Matrica

Skaičių lentelė

$$A_{m \times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} = (a_{ij})_{\substack{i=\overline{1,m} \\ j=\overline{1,n}}}, \text{ turinti } m \text{ eilučių ir } n \text{ stulpelių vadinama } m \times n$$

eilės (formato) matrica, skaičiai a_{ij} vadinami šios matricos elementais.

Matricos, kurių atitinkami elementai lygūs vadinamos lygiomis.

Matricos, kurių eilučių ir stulpelių skaičius sutampa vadinamos **kvadratinėmis n – tosios eilės matricomis**.

Kvadratinė matrica kurios elementai $a_{ij} = a_{ji}$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, n}$, vadinama simetrine matrica.

Kvadratinę matricą kurios visi elementai nesantys pagrindinėje įstrižainėje lygūs 0 vadiname diagonaline (**diagonal matrix**).

Diagonalinė matrica, kurios pagrindinės įstrižainės elementai $a_{i,j}$ lygūs 1, vadinama vienetine (**identity (unit) matrix**) ji paprastai žymima raide E.

$$D = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & d_n \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \text{ D-diagonalinė, E-vienetinė.}$$

Kvadratinę matricą kurios visi elementai $a_{ij} = a_{ji}$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, n}$, vadinama simetrine matrica.

Veiksmai su matricomis:

1. Matricos A ir skaičiaus c sandauga vadinama matrica $c \cdot A = (c \cdot a_{ij})_{\substack{i=\overline{1,m} \\ j=\overline{1,n}}}$,

2. Matricų $A_{m \times n}$ ir $B_{m \times n}$ suma vadinama matrica $A_{m \times n} + B_{m \times n} = (a_{ij} + b_{ij})_{\substack{i=\overline{1,m} \\ j=\overline{1,n}}}$.

Pvz.1.

$$A + 2 \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 5 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} -2 & 6 & 1 \\ 4 & 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 12 & 2 \\ 8 & 4 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 14 & 5 \\ 7 & 8 & 3 \end{pmatrix}$$

Gabių vaikų ugdymo mokymo priemonių dokumentas parengtas, įgyvendinant ES lėšomis finansuojamą projektą „Gabių vaikų ugdymo efektyvumo didinimas švietimo sistemoje“ (nr. VP1-2.3-ŠMM-06-K-01-001)



Akivaizdu, kad:

$$2.1. A+B=B+A,$$

$$2.2. (A+B)+C=A+(B+C),$$

$$2.3. \alpha \cdot (A+B) = \alpha \cdot A + \alpha \cdot B,$$

$$2.4. (\alpha + \beta) \cdot A = \alpha \cdot A + \beta \cdot A,$$

$$2.5. (\alpha \cdot \beta) \cdot A = \alpha \cdot (\beta \cdot A).$$

3. Matricų $A_{m \times n}$ ir $B_{m \times n}$ sandauga vadinama matrica

$$A_{m \times l} \times B_{l \times n} = A_{m \times l} \cdot B_{l \times n} = C_{m \times n} = (c_{ij} = \sum_{k=1}^l (a_{ik} \cdot b_{kj}))_{\substack{i=1, \overline{m} \\ j=1, \overline{n}}}.$$

Pastebėsime, kad:

3.1. Būtina kad pirmosios matricos stulpelių skaičius sutaptų su antrosios matricos eilučių skaičiumi,

3.2. Kai daugyba galima:

$$a) (A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C),$$

$$b) (A+B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C,$$

$$c) A \cdot (B+C) = A \cdot B + A \cdot C.$$

3.3 Akivaizdu kad bendru atveju $A \times B \neq B \times A$ arba $B \times A$ iš viso negalima;

Kvadratinės matricos, tenkinančios sąlygą $A \times B = B \times A$ vadinamos komutatyviomis matricomis.

3.4. Akivaizdu, kad $E \cdot A = A \cdot E$, kai A ir E tos pačios eilės kvadratinės matricos.

Matricos laipsniai $A^k = A \cdot A \cdot \dots \cdot A - k \text{ kartų}, k \in N, A^0 = E$.

Pvz.2.

$$\begin{aligned} A_{2 \times 3} \times B_{3 \times 2} &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \\ 6 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \times 1 + 2 \times 4 + 3 \times 6 & 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times (-2) \\ -1 \times 1 + 0 \times 4 + 2 \times 6 & -1 \times 3 + 0 \times 5 + 2 \times (-2) \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 1+8+18 & 3+10-6 \\ -1+0+12 & -3+0-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 & 7 \\ 11 & -7 \end{pmatrix} \end{aligned}$$