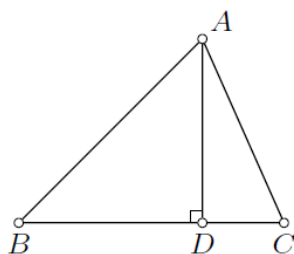


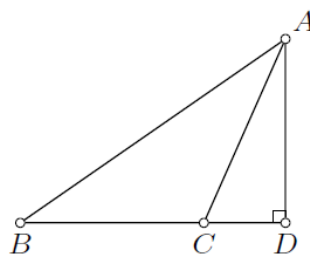
KOSINUSŲ TEOREMA

Nagrinėkime trikampį ABC . Patogumui kraštinės, esančios prieš kampą A ilgį, pažymėkime a , prieš kampą B – b , prieš kampą C – c . Tarkime, kad taškas D – tai ortogonalioji viršūnės B projekcija į kraštinę BC . Išnagrinėkime tris atvejus:

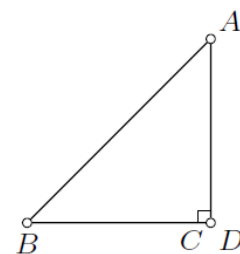
- 1) kai trikampis ABC yra smailusis ($\angle C < 90^\circ$);
- 2) kai trikampis ABC yra bukasis ($\angle C > 90^\circ$);
- 3) kai trikampis ABC yra statusis ($\angle C = 90^\circ$).



1)



2)



3)

Pirmuoju atveju, kai trikampis ABC yra smailusis, kraštinės a ilgį išreiškiamas atkarpų BD ir DC suma:

$$a = BD + DC$$

Tuo tarpu iš stačiųjų trikampių BDC galime išreikšti atkarpų BD ir DC ilgius kitomis trikampio kraštinėmis:

$$BD = c \cdot \cos B \quad \text{ir} \quad DC = b \cdot \cos C$$

Tuomet

$$a = c \cdot \cos B + b \cdot \cos C \quad (*)$$

Analogiškai nagrinėjame antrąjį atvejį, kai trikampis ABC yra bukasis.

$$a = BD - CD$$

Tuo tarpu, $BD = c \cdot \cos B$ ir $CD = -b \cdot \cos C$.

Taigi,

$$a = c \cdot \cos B + b \cdot \cos C \quad (*)$$

Gabių vaikų ugdymo mokymo priemonių dokumentas parengtas, įgyvendinant ES lėšomis finansuojamą projektą „Gabių vaikų ugdymo efektyvumo didinimas švietimo sistemoje“ (nr. VP1-2.3-ŠMM-06-K-01-001)



Stačiojo trikampio ABC atveju: $a = BD$.

Tuo tarpu, $BD = c \cdot \cos B$ ir $CD = 0 = b \cdot \cos C$.

Taigi, ilgį a galime išreikšti suma:

$$a = c \cdot \cos B + b \cdot \cos C \quad (*)$$

Matome, kad nepriklausomai nuo trikampio rūšies kraštinės a išreiškiamas ta pačia formule – žvaigždute pažymėtos formulės yra vienodos. Analogiškai galima užrašyti sąryšius ir kitoms kraštinėms:

$$b = c \cdot \cos A + a \cdot \cos C \quad (**)$$

$$c = a \cdot \cos B + b \cdot \cos A \quad (***)$$

Sąryšiai (*), (**) ir (***) vadinami trikampio *projekcijų formulėmis*.

Padauginkime pirmąją formulę iš a , antrąją – iš b , trečiąją – iš c . Gausime:

$$a^2 = ac \cdot \cos B + ab \cdot \cos C$$

$$b^2 = bc \cdot \cos A + ab \cdot \cos C$$

$$c^2 = ac \cdot \cos B + bc \cdot \cos A$$

Iš pirmos lygybės atėmę antrąją ir trečiąją gauname:

$$a^2 - b^2 - c^2 = -2bc \cdot \cos A$$

arba

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A.$$

Paskutinė formulė - yra trikampio kraštinės išreiškimas kitomis kraštinėmis ir kampo tarp jų kosinusu, apie kurį kalbama *kosinusių teoremoje*.

TEOREMA

Tarkime, kad a , b ir c – trikampio kraštinių ilgi; α – prieš kraštinę a esančio kampo didumas. Tuomet

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$